白鷗大学教育学部論集
2023，17(2)，101－120

原著論文

算数授業過程の子どもにおける式の見方の様相とその変容に関する事例的考察

森本　明[1]・小原舞音[2]・東城　恵[3]・菅野雄大[3]・加藤慎一[4]

1　子どもが式表現を吟味する局面への着目

次の、教師と子ども、子どもどうしのやりとりは、小学校第６学年の算数科「大きいピザはどちらかな？」(1)の授業過程におけるやりとりの一部である。

授業者	「計算しなくても、あといの面積が等しいことを式が教えてくれてるよ」
あゆみ	「計算しなくても式を見れば結果が同じってわかるの？」
みさき	「わかったかも。２倍、２倍にすれば…」
（子どもたち）	「どういうこと？？」

授業者の問いかけ「計算しなくても、あといの面積が等しいことを式が教えてくれてるよ」に、あゆみとみさき(2)をはじめ、ほかの子どもも受け止めてはいるものの、それがどういうことかよくわからない、もやもやした状況にあり、教室に不安や困惑が漂っているように思われた。

子どもたちは、黒板にかかれた２つの式、あ30×30×3.14＝2826と

[1]福島大学人間発達文化学類教授 白鷗大学教育学部非常勤講師兼任
e-mail：morimoto@educ.fukushima-u.ac.jp
[2]福島大学大学院人間発達文化研究科　[3]白河市立白河第二小学校
[4]秋田大学教育文化学部

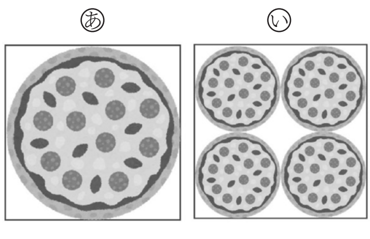
い15×15×3.14×4＝2826、が、このように計算し結果を求めずとも両方とも等しい値になることを明らかにするために、どのように左辺の式を見ればよいのかわからず、不安と困惑に直面しているようであった。

算数授業過程では、子ども一人一人に、発動されるものの見方・考え方があり、それらは目に見える、耳に聞こえるかたちで必ずしも表出されるわけではない。だからこそ教師は、子ども一人一人に発動されるものの見方・考え方を授業過程でとらえ、掘り起こし、子どもが互いに見方・考え方を聞き合い、吟味し合い、見方・考え方を分かち合う過程を具現したいと願う（森本, 2006；2021)。また、子どもの心の取り組みにも着目し、子どもにおける自己が置かれた問題解決状況のとらえや自己が期待する問題解決状況のとらえ、子どものもつ信念、それに基づく価値判断によって生じると思われる不安や困惑を教師が察知し、子どもが互いに共感し合い、分かち合う過程も具現したいと願う（小原・甚野・森本, 2023)。

授業者は、この「大きいピザはどちらかな？」の授業過程を、子どもが互いに式の見方を聞き合い、吟味し合い、式の見方を分かち合う過程を、そして不安や困惑を互いに共感し合う過程を、具現したいと考え設定した。子どもは教師の期待に応えようと、互いに聞き合うことであといの式が、計算し結果を求めずとも両方とも等しい値になることを、自分なりに、自分なりの見方・考え方で、その仕組みを紐解こうと模索していた。

授業者が授業のはじめに黒板に示した具体的な場面は、次の通りである。

同じ正方形状の箱の中に、
あ１枚の大きなピザ　と
い４枚の小さなピザ　が
それぞれぴったり入って
います。あといのピザを



面積の大きさ（いは面積の合計）で比べるとどちらが大きいですか。

子どもが直面する状況は、表面的にみれば教師が提示した具体的な場面そのものである。一方で、子どもが直面する状況として授業者が設定していたのは、この具体的な場面の数理的側面であり、それは次の通りである。

㋐のピザは、真上から見たらそれがぴったり入る箱の一辺の２分の１を半径とする円の形をしている。その大きさを、その円の面積でとらえれば、箱の一辺の２分の１の二乗の円周率倍の大きさになる。その一方で、㋑のピザは、真上から見たらそれがぴったり入る箱の一辺の４分の１を半径とする円の形をしている。その大きさを、その円の面積でとらえると、箱の一辺の４分の１の二乗の円周率倍の４個分、４倍、の大きさになる。㋐の、箱の一辺の２分の１の二乗は、箱の一辺の２分の１を一辺とする正方形の大きさである。㋑の、箱の一辺の４分の１の二乗は、箱の一辺の４分の１を一辺とする正方形の大きさである。箱の一辺の２分の１を一辺とする正方形の大きさは、箱の一辺の４分の１を一辺とする正方形の４倍である。したがって、箱の一辺の２分の１の二乗と箱の一辺の４分の１の二乗の４倍は等しく、それぞれ円周率倍した大きさも等しい。計算して結果を求めなくても、例えばこのように式を見れば、等しい値になることがわかる。

しかしながら、子どもははじめ㋐と㋑について、それぞれ次のように式に表し、計算し結果を求め、等しい値になることを明らかにしていた。

㋐　30×30×3.14＝2826

㋑　15×15×3.14×4＝2826

㋐と㋑の面積は等しい

子どもはそれぞれ計算した結果である2826に着目し、面積は等しいとしている。子どもにおける判断や思考の根拠は「㋐と㋑を式に表し、それぞれ計算した結果は、両方とも等しい値2826になる」にあることがうかがわれる。左辺の式に着目し面積が等しいと判断している子どもはいな

いように思われた。

そこで、授業者は次のように問いかけた。

授業者　「みんなは、あといの式を計算してその結果がどちらも2826になるからあといの面積は等しいとしましたね。やっぱりあといの式を計算しないとあといの面積が等しいことはわからないよね」

この授業者の問いかけに、子どもたちは、次のように話した。

（子どもたち）「計算しないとわからない」

授業者は、子どもたちの反応を受け止め、次のように続けて問いかける。冒頭に示した教師の問いかけである。

授業者　「計算しなくても、あといの面積が等しいことを式が教えてくれてるよ」

この授業者の問いかけに「わかったかも。２倍、２倍にすれば…」と応答するみさきは、具体的な場面の数理的側面の核心となる部分を、つかまえつつあるようだ。一方で、みさきは、授業者の問いかけ「計算しなくても、あといの面積が等しいことを式が教えてくれてるよ」に対して、自分にもほかの子どもにも、納得がいく説明で応答できていないことを自覚し、自らの考えに自信を持ちきれずに不安ながらに話していることが、話をするみさきの動作や表情からうかがわれる。

この「大きいピザはどちらかな？」の授業過程において、子どもが聞き合い、吟味し合う過程において、根底に潜む数理的特徴を顕在化することはもちろん、子どもがどのようなものの見方でとらえるのか、どのような

考えをもとに思考をすすめ、判断をするのか、あるいはどのような構えで問題の解決に挑むのか、不安や困惑とどのようにつきあうのか、など、こうした直接目には見えない、そのためにとらえにくい、子どもにおける見方・考え方や判断の仕方、態度、不安や困惑と向き合うことは、算数の授業過程を創ることにおいて大切であろう。数学ならではの、数学らしいものの見方・考え方や判断の仕方、態度、不安や困惑と向き合い乗り越えることがはぐくまれているかを視点として子どもの取り組みをとらえ、子どもが互いに授業で聞き合い、ものの見方・考え方を吟味し合い、分かち合う過程を省察することは、算数授業過程の課題を明らかにし、算数の学習過程の充実と授業過程の改善に生かすことにつながるであろう。

本研究では、学習過程を子どもが自立的ときに協働的に、数学的に問題発見・解決する過程であるととらえ考察するという立場（参考：文部科学省, 2018）で、式表現を吟味する[3]子どもの取り組みに光をあて、その子どもの取り組みにおいて発動される式の見方の様相とその変容を省察し、式の見方の発展やその変容を促す学習過程の充実と授業改善に向けた教育的な示唆を得ようとするものである。

本稿の目的は、「子どもが式表現を吟味する自立的ときに協働的な取り組みに光をあて、①子どもの自立的な取り組みにおいて子どもに発動される式の見方にどのような様相があるのか、また②異なる式の見方をする子どもどうしが協働に向けて式表現を吟味しあう取り組みにはどのような様相があるのか」という研究の問いにこたえることである。

2　式全体を眺め、仕組みをつかむ子どもの取り組み

式は事柄や関係を簡潔、明瞭、的確に、また一般的に表すことができる優れた表現方法である（文部科学省, 2018, p.48）。算数で用いられる式では、対象を表す記号として数字が、それに加えてプレイスホルダーとしての◯や□が、a や x などの文字が、またそれらを結びつけている演算を表す記号として＋と－、×、÷などが、それから関係を表す記号として等号

や不等号が、式の構成要素になる。これらの構成要素を式の規約に基づいて構成したものが式である。式は、日常用いることばと同様な側面をもっているということができる。それは、日常、私たちが用いていることばに、表現するもの（ことばそれ自体）と表現されるもの（現象）が存在するように、式にも表現するものと表現されるものがあるということである（三輪, 1991）。

式表現には３つの側面がある。式に表す・式をよむ・形式的処理である。この式表現の３つのどの側面も必要かつ重要であり、それぞれの側面は独立しているというよりはむしろ互いに関連づいている。子どもの取り組みにおいて発動される式の見方の様相とその変容を省察するために、本研究では便宜上、式の利用を分解し、式に表す・式をよむ・形式的処理の３つの側面でとらえる（参考　三輪, 1996）。この３つの側面、式に表す・式をよむ・形式的処理、から、これまでの式の指導の授業デザインや実践を振り返ると、この３つの側面に則して意図的に授業のねらいや場面、子どもの活動の目標設定が行えていたか、反省が多い（菅野他, 2023）。

先に取り上げた「大きいピザはどちらかな？」の授業過程で取り上げた式、「㋐ 30×30×3.14＝2826」と「㋑ 15×15×3.14×4＝2826」、においても、まるで「30×30×3.14→2826」や「15×15×3.14×4→2826」のように、等号は左から右への操作の方向を表す記号、等号の左側は式で右側が答え、であるかのように、式に左から右へ視線を注ぎ、式を操作の系列ととらえる(4)子どもが少なくないように思われる。算数の授業過程で式の見方を子どもと教師、子どもどうしで確認したり発展したりする契機は、小学校第１学年以降たくさんあるにもかかわらず、である。特に、式をよむ側面については課題がある。子どもは式に表すとすぐに計算しその結果を求めようとする。数の式の場合には、計算し結果を求めると１つの数になり、その数を構成する数量とそれらの関係が見えなくなってしまう。

式をよむ側面は、他の２つの側面、式に表す・形式的処理、においても重要な役割を担っていると考える。事象における数量の事柄や関係を式に

表す際には、その吟味の局面において、表した式がどんな事柄や関係を、またそれらがうまくとらえているかどうかというように式をよむことが介在する。また、式を形式的処理する際には、それは本来、意図的に行われるものであるから、その吟味の局面において、意図に沿った処理がなされているかどうかというように、やはり式をよむことが介在する。つまり、式表現の吟味の局面において、式をよむことそれ自体はもちろんだが、他の２つの側面、式に表す・形式的処理においても、式をよむという側面が介在している（参考　文部科学省, 2018）。

本研究では、学習過程を、子どもが自立的ときに協働的に、数学的に問題発見・解決する過程ととらえ考察するという立場から、子どもが式表現を吟味する自立的ときに協働的な取り組みに光をあてている。本稿では、子どもの自立的な取り組みにおいて子どもに発動される式の見方にはどのような様相があるのか、また異なる式の見方をする子どもどうしの式表現を吟味しあう取り組みにおいてなされる協働にはどのような様相があるのかについて、式から数量とその関係をつかむ子どもの取り組みに着目する。式から数量とその関係をつかむ取り組みには、式に左から右へと視線を注ぐだけではなく、子どもが必要を感じ、意図をもって式全体に視線を注ぐことがともなう。この子どもが必要を感じ、意図をもって式に視線を注いで数量とその関係をつかむ取り組み（以下、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みと呼ぶ）を、子どもの取り組みにおいて発動される式の見方の様相とその変容を省察する観点とする。

式表現を吟味する子どもの取り組みに光をあて、その子どもの取り組みにおいて発動される式の見方の様相とその変容を省察するために本稿で設定した式全体を眺め、仕組みをつかむ子どもの取り組みという観点から、小学校第５学年の「どちらが長いかな？」(5)（菅野他, 2023）の授業過程における式表現を吟味する局面を取り上げ、子どもにおける式の見方の様相とその変容をあらためて省察することにしよう。

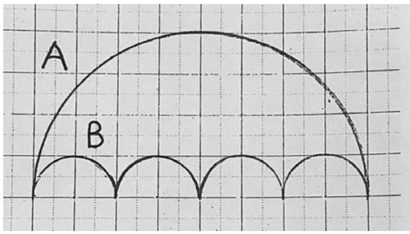
「どちらが長いかな？」の授業は、第５学年「図形」領域の単元「正多

角形と円周の長さ」の一授業として位置づけた。子どもが直径と円周の長さの関係をもとに、半円の弧の長さの和の大小を比べる過程を、「正多角形と円周の長さ」の単元終末に設定した。子どもは円周の求め方や円の性質について既に一通り学習していて、この授業実践の前までに半円の弧の長さも求めることができている。

授業の目標は「式に表された数量の関係に着目し、半円の弧の長さの和の大小を比べる活動を通して、式を眺めて数量の関係をつかみ、式をもとに弧の長さが等しい理由を説明することができる」である。

授業者が授業のはじめに黒板に示した具体的な場面は、次の通りである。

Ⓐは直径が40mの半円、
Ⓑは直径が10mの半円
４つです。
ⒶとⒷの長さを比べます。
どちらが長いですか。



子どもが直面している場面は、表面的にみれば教師が提示した具体的な場面そのものである。一方で、子どもが直面する場面として授業者が設定していたのは、この具体的な場面の数理的側面であり、それは次の通りである。

Ⓐは半円の形をしている。その長さはその円周の２分の１になる。その一方で、Ⓑは４個の半円の形をしている。その長さはその円周の２分の１の４個分、４倍、つまり円周の２個分、２倍、になる。ⒶとⒷの長さは、Ｂの直径をもとにすれば、それぞれＢの直径の４倍の円周率倍の２分の１、Ｂの直径の円周率倍の２分の１の４倍、である。Ⓐの長さはＢの直径の２倍の円周率倍、Ⓑの長さもＢの直径の２倍の円周率倍、の大きさである。計算し結果を求めずとも例えばこのように式を見れば等しい値になることがわかる。

しかしながら、子どもははじめⒶとⒷについてそれぞれ次のように式に表し、計算し結果を求め、等しい値になることを明らかにしていた。

Ⓐ　40×3.14÷２＝125.6÷２＝62.8　　62.8m
Ⓑ　10×3.14×２＝31.4×2＝62.8　　62.8m
ⒶとⒷの長さは等しい

たけるは次のように発言している。

たける　「どちらも、62.8mだから同じになります」

子どもはそれぞれ計算した結果である62.8に着目し、長さが等しいとしている。子どもにおける判断や思考の根拠は「ⒶとⒷを式に表し、それぞれ計算した結果は、両方とも等しい値62.8になる」にあることがうかがわれる。左辺の式に着目し長さが等しいと判断している子どもはいないように思われた。式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みというよりもむしろ、子どもは式に左から右へと視線を注ぎ、式を操作の系列ととらえる、自動化された取り組みに形骸化していることが考えられる。
そこで、授業者は次のように問いかける。

授業者　「今、みんなは計算した結果から同じだと判断したけど、計算の結果を求めずに、式だけを見て同じといえるかな？」

この問いかけに対して子どもの応じ方はさまざまで、その後の授業過程は、子どもが応じる、そのさまざまな取り組みからなる。応答は次のように続いている。

さとし　「え？…」
（子どもたち）　「計算しなくても、言えるかもしれない」
授業者　「どういうこと？」
り　な　「私は、どちらも20×3.14になると考えました」
（子どもたち）　「え？」

教師の問いかけ「計算の結果を求めずに、式だけを見て同じと言えるかな？」を、子どもは受け止めてはいるものの、それがどういうことかよくわからない、もやもやした状況にあり、教室に不安や困惑が漂っているように思われた。その一方で数名の子どもは「計算しなくても、言えるかもしれない」と応答する。りなは「私は、どちらも20×3.14になると考えました」と応答する。このりなの応答に対して、その趣旨や内容が納得いかず、驚きと困惑を抱き「え？」と声が漏れる子どもがいる。

数名の子どもと、りなには、式を意図的に形式的処理することに向けて式がどんな事柄や関係を表しているか振り返り、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされる。その一方で、式に左から右へと視線を注ぎ、式を操作の系列ととらえる、自動化された取り組みに形骸化している取り組みもまた見いだされる。また、数名の子どもと、りなにおける式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みの趣旨や内容がみえない子どもには不安や困惑が生じていることが見いだされた。

りなの応答を受け止めて、まほやつよしは次のように発言する。

ま　ほ　「まず3.14を考えないで式を見てみると、Aは40÷2＝20になります。Bも10×2＝20になります。だから、Aは20×3.14でBも20×3.14になるから同じだと思いました」
つよし　「計算ではなくても、式のつくられ方を見ればいいと思います」

このまほとつよしの応答を受けてけんやれんは次のように応答し、りなやまほ、つよしの式の見方に同調している。

け　ん　　「あー、そういうことか」
授業者　　「20×3.14が同じだったら、同じだといえそうですか？」
れ　ん　　「はい。62.8mと最後まで求めなくても同じといえそうです」

子どもの取り組みにおいて発動される式の見方の様相とその変容を省察するために本稿で設定した式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みという観点から、この「どちらが長いかな？」の授業過程を取り上げ省察してみると、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが一部の子どもに見いだされる一方で、式に左から右へと視線を注ぎ、式を操作の系列ととらえる、自動化された取り組みに形骸化している取り組みも見いだされる。さらに、表された式20×3.14全体を眺めて、直径が20cmの半円が２個のときも長さが等しくなることも説明できるものの、本授業において、その取り組みは見いだされていない。また、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされる子どもによる、その取り組みの趣旨や内容についての説明はあるものの、その取り組みの趣旨や内容がみえない子どもには不安や困惑が生じていることが見いだされる。

３　式表現を吟味する子どもの取り組みの様相

子どもは小学校第１学年以降、式に表し、形式的処理をすることに徐々に慣れ親しんでいく。その一方で、式に表した後、形式的処理する前に、子どもが必要を感じ、意図をもって処理しようと、いったん立ち止まって式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みに慣れ親しんでいくことができているのだろうか。

先に取り上げた「大きいピザはどちらかな？」と「どちらが長いかな？」

の授業過程における小学校高学年の子どもの式とのつきあい方をみてみると、式に表し、形式的処理をすることに慣れ親しんいることは見いだせるが、その一方で式に表した後、形式的処理する前に、子どもが必要を感じ、意図をもって処理しようと、いったん立ち止まって式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みには慣れ親しめていないように思われる。

そこで、本稿では式表現をする子どもの取り組みのうち、子どもが必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式を構成する数とその間にある関係の特徴を踏まえ、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みに焦点化し、その取り組みに慣れ親しめているかどうかを視点に、式表現を吟味する子どもの取り組みの様相の一端をつかまえることをねらいとして、調査を設定した。

⑴　調査の概要と分析の視点

本調査は事前調査・授業実践・事後調査からなる。

授業実践は、小学校第６学年の算数科における「数と計算」領域の単元「分数のかけ算」の一授業「計算のきまりについて考えるとともに計算のきまりを使って計算のくふうを考える」とした。この授業では、子どもが必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式を構成する数とその間にある関係の特徴を踏まえ、式全体を眺め、仕組みをつかむことを教師が勇気づけるよう計画・実践した。

この授業実践に先立って事前調査を設定した。事前調査を、５つの調査問題（図１）で構成し、その調査問題に対する児童の解決過程を調べるために実施した。事後調査は、事前と同一の５つの調査問題に新たな１つの問題を加え６つの調査問題（図２）で構成し、その調査問題に対する児童の解決過程における式表現を吟味する取り組みを調べるために実施した。事後調査では、調査問題に対する児童の解決過程における式表現を吟味する取り組みを調べることに併せて、ペアによる解決過程において協働に向けて式表現を吟味しあう取り組みを調べること、およびその取り組みの認知的かつ情意的な側面の詳細について調べるためにペアの事後インタ

ビューを実施した。授業実践とそれに先立って設定した事前調査の実施時期は令和５年６月上旬、事後調査の実施時期はその３ヶ月後を目安に設定した。

調査の対象学年は小学校第６学年、対象の児童は福島県内の公立小学校第６学年の３学級の85名である。３学級それぞれに対して授業を実施した。

☆計算しましょう

① ２５×７×４

② １２×２５－８×２５

③ ９５×１２

④ ６.４×２.３＋３.６×２.３

⑤ ９.８×１５

図１　事前調査で提示した式

☆計算しましょう

① ２５×７×４

② １２×２５－８×２５

③ ９５×１２

④ ６.４×２.３＋３.６×２.３

⑤ ９.８×１５

⑥ $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$

図２　事後調査で提示した式

事前調査のねらいは、授業実践で扱う分数のかけ算を含まず、既習の整数や小数からなる式を提示し、必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式を構成する数とその間にある関係の特徴を踏まえ、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが子どもに見いだされるかについて調べることにある。

事後調査のねらいは、２つある。１つは、事前調査と同一の問題にすることで、事前調査と事後調査において子どもの取り組みに違いが見いだされるかどうかを調べることにある。もう１つは、授業実践で扱った分数のかけ算を含む問題に対して、必要を感じ、計算を簡便にという意図のも

と、式を構成する数とその間にある関係の特徴を踏まえ、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが子どもに見いだされるかについて調べることにある。

⑵　調査結果の分析

①から⑤の各設問（事後は⑥あり）に対して、必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされた解答数は表１の通りである。

表１　式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされた解答数

		25×7×4	12×25−8×25	95×12	6.4×2.3+3.6×2.3	9.8×15	$\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$
式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされた解答数（全解答数に対する割合*）	事前	34 (40.0)	19 (22.4)	7 (8.2)	28 (32.9)	7 (8.2)	− (−)
	事後	44 (49.4)	31 (34.8)	10 (11.2)	45 (50.6)	9 (10.1)	35 (39.3)

（*全解答数は事前事後とも85）

①から⑤のどの設問でも、事前に比べ事後の方が、必要を感じ、簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが多いことがわかる。また、事前、事後のいずれも、設問③と⑤において、必要を感じ、簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされた解答数が、他の設問①と②、④に比べて少ないことがわかる。

①から⑤の設問（事後は⑥あり）のうち１つの設問であっても必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされた解答数（全解答数85に対する割合）は事前85中41(48.2)、事後85中55（64.7）であった。

事前調査で簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされた設問の組について、顕著だった類型を抽出し、類型ⅠからⅣとして表したものが表２である。

表２　式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みの類型

	25×7×4	12×25−8×25	95×12	6.4×2.3+3.6×2.3	9.8×15	合　計（割合）
類型Ⅰ	○	×	×	×	×	11（26.8）
類型Ⅱ	○	○	×	○	×	9（22.0）
類型Ⅲ	○	○	○	○	○	7（17.0）
類型Ⅳ	×	×	×	○	×	5（12.2）
その他	−	−	−	−	−	9（22.0）
合計	34	19	7	28	7	41

必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされた設問の組のうち、①の設問においてのみ取り組みが見いだされる類型Ⅰが最も多い。次に①、②、④の３つの設問においてのみ見いだされる類型Ⅱが、その次に①から⑤のすべての設問において取り組みが見いだされる類型Ⅲが多いことがわかる。

４　式表現を吟味する協働に向けた子どもの取り組み

事後調査では、ペアによる解決過程において協働に向けて式表現を吟味し合う取り組みについての調査も実施した。必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが、他の設問に比べ少なかった③と⑤の設問をもとにして、新たな式999×237を選定し、調査問題とした。調査においては、子どもの取り組みの認知的かつ情意的な側面をよりくわしく把握するために個別インタビューも併せて実施した。

児童をペアで抽出する際には、学級担任からみて解決に向けて自然な話し合いができると思われるペアとなるようにした。また、両者に、その子どもなりに必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされ、かつ、両者の取り組みにちがいがあるペアか、一方に取り組みが見いだされるが、もう一方には取り組みが見いだされないペアか、になるようにした。

まずはそれぞれに自力解決するようもとめ（５分間)、その後、互いの解決を見せ合い、聞き合い、見方を交流するようもとめた（５分間)。

⑴　自らの考えへの自信と固執

必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが両方の児童に見いだされた児童のペアである。

事前調査でそれぞれ類型ⅠとⅡのりおとたけるにおける自力解決は次の通りである。

りお	**たける**
999×237＝(999＋1)×237	999×237＝(999＋1)＝1000×237
＝1000×237	＝1000×237
＝237000	＝237000
237000－237＝236763	237000－1＝236999

たけるは、自らの考えや答えに不安がなく自信があるが、計算の過程に数学的な誤りがある。１引けばよいことをりおに説明し、その説明に対してりおは次のように応答している。

り　お　「いや、だけど、999が237個あるのと1000が237個あるのってぜんぜん違うと思うよ。だって全部１個ずつ違うんだよ。…」

個別インタビューにおいてもたけるは質問者に次のように応答している。

質問者　「答えが相手と違っていてどう思った？」
たける　「「えっ！」って思った。そこで引く？みたいな」
質問者　「りおさんの意見はどう思った？」
たける　「ちょっと納得がいかない、おかしくない？みたいな」

終始、たけるは相手の考えを受け入れず、不安な様子もない。自信をもち、自らの考えを主張するばかりで、相手の考えや相手からの指摘を受け止め、新たに自らの考えを振り返る様子が見いだされなかった。このペアには、必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みの違いを超え、新たな発見や理解を見いだすことはできなかった。

⑵　不明なことを聞くことへの遠慮

必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが、一方の児童にだけ見いだされた児童のペアである。

事前調査でそれぞれ類型ⅢとⅡのゆりとみどりにおける自力解決は次の通りである。

ゆり	**みどり**
999×237＝(9×100＋9×10＋9）×237 ＝23700×9＋2370×9＋237×9 ＝213300＋21330＋2133 ＝236763	無答

ゆりは、自らの考えと手続きを、みどりに説明している。後の個別インタビューにおけるゆりの応答からは、説明において、自分の工夫をうまくみどりに説明できるか不安があったことが見いだされた。具体的には、999を位ごとに分けてとらえること、そして237×９を１回計算すれば他でもその結果が利用できることをうまく伝えることができるか不安ながらに伝えようとしていたことが個別インタビューからわかる。

質問者　「説明するときに気をつけていたことは？」
ゆ　り　「これって説明しづらいから、できるだけわかりやすいように」

質問者　「どのへんが説明しづらいと思ったの？」
ゆ　り　「この分解するところがわかんない人が多いじゃないですか。なんでそうなるの？って思う人が多いからできるだけわかりやすく説明していました。」

みどりは、ゆりの説明を受けて、ゆりが書いたものを見て書き写していた。みどりは納得したと言うものの、その後の個別インタビューで説明を求めると、途中で止まってしまう。

また、ゆりは999を9×100＋9×10＋9と分解した理由について、個別インタビューで、次のように話していた。自分の特性を自覚し、その上で自分なりに取り組み解決しようとしていたことがうかがえる。

ゆ　り　「9が一緒だと似た数がいっぱい並ぶじゃないですか。それでいつもわけわかんなくなっちゃうときがあるので、こういうふうに一回やって、3けたと1けたのかけ算の筆算を一回やって済ませて」

ゆりは自分の特性や、簡便にという意図のもと、自分なりに取り組むが、協働に至っておらず、新たな発見や理解には至っていない。一方で、みどりは簡便にという意図のもと、自分なりに取り組むが、上手くいかず、その後 ゆりの説明を聞くが新たな発見や理解に至っていない。このペアには、必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みの違いを超え、新たな発見や理解を見いだすことはできなかった。

5　まとめと今後の課題

本稿は、算数授業過程を、自立的ときに協働的に、数学的に問題発見・解決する過程としてとらえ、その過程のうち、式表現を吟味する子どもの

取り組みに光をあて、算数の学習過程の充実と授業改善に向けて考察する一研究である。本稿の目的は、「子どもが式表現を吟味する自立的ときに協働的な取り組みに光をあて、①子どもの自立的な取り組みにおいて子どもに発動される式の見方にどのような様相があるのか、また②異なる式の見方をする子どもどうしが協働に向けて式表現を吟味しあう取り組みにはどのような様相があるのか」という研究の問いにこたえることであった。そのために、式全体を眺め、仕組みをつかむ子どもの取り組みのうち、子どもが必要を感じ、計算を簡便にという意図のもと、式を構成する数とその間にある関係の特徴を踏まえ、式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みに焦点化し、その取り組みに慣れ親しめているかどうかを視点に、式表現を吟味する子どもの取り組みの様相の一端をつかまえることをねらいとして、調査を行った。

調査結果の分析と考察を通して、子どもの取り組みにおいて発動される式の見方の発展と式表現を吟味しあう協働に向けた取り組みの発展を促すことに関わって、次のことが考えられた；第１に、式によって式全体を眺め、仕組みをつかむ取り組みが見いだされたり見いだされなかったりすること、第２に、式表現を吟味し合う協働に向けた取り組みによって新たな共感や発見、理解に至るには困難がともなうこと、第３に、その困難のうち、子どもが自らの考えやそれへの自信や不安を新たに振り返る契機が重要であること、が考えられた。

今後の課題は、子どもの取り組みにおいて発動される式の見方の発展と式表現を吟味し合う協働に向けた取り組みの発展を促すために、本稿で考えられた３つのことをもとにして、算数の学習過程の充実と授業改善に向け、意図的に数学的活動を構想・計画・実践し、省察を通した学習過程と授業過程の検証・改善を図ることである。

謝　辞

授業の観察と記録にご協力を賜りました、児童の皆さんに心より感謝申し上げます。

註

（１）令和５年１月中に福島県内の小学校にご協力賜り、第６学年の児童とともに「式の見方」をテーマに実践した（授業者：森本明　授業の補助と記録：小原舞音）。

（２）本稿の授業記録において使用している子どもの名はすべて仮名であり実名ではない。

（３）式表現を吟味することについては、藤井（2012）を参照。式表現をいかすことの意義を、藤井（2012）は「事象の数理的特徴の顕在化」と「式表現の吟味を人間形成にいかす」にあると述べている。

（４）Sfard（1987）によれば、抽象的である数学的な概念は基本的に２つの見方で考え得るという。１つは操作的（operational）な見方であり、もう１つは構造的（structual）な見方である。

（５）令和５年３月中に福島県内の小学校にご協力賜り、第５学年「図形」領域の単元「正多角形と円周の長さ」の一授業として位置づけ、児童とともに「式の見方」をテーマに実践した（授業者：菅野雄大　授業の補助と記録：東城恵・森本明）。

引用・参考文献

藤井斉亮（2012）.「式表現をいかす」とは．新しい算数研究，502，6-9.

菅野雄大・東城恵・小原舞音・森本明（2023）.「式を読む」よさが分かる子どもの姿の具現に向けて式を眺め 解決の結果や過程を振り返る活動の設定について考える．新算数教育研究会 新しい算数研究，628，56-59.

三輪辰郎（1996）．文字式の指導序説．筑波数学教育研究，15，1-14.

三輪辰郎（1991）．式の指導内容の概観と問題点の考察．福森信夫・平林一栄（編），新・中学校数学指導実例講座２ 数・式（pp.39-74）．金子書房.

文部科学省（2018）．小学校学習指導要領（平成29年告示）解説 算数編．日本文教出版.

森本明（2006）．算数の授業のおける「聞く」という行為への接近：「考える」をともなう「聞く」．日本数学教育学会誌「算数教育」，88（12），11-18.

森本明（2021）．聞くという行為にみる算数の授業過程改善の視点：式表現を吟味する局面に着目して．白鷗大学教育学部論集，15（２），145-165.

小原舞音・甚野隆洋・森本明（2023）．生徒における不安の情意変化に着目した数学的問題解決過程の考察：中学校第２学年「数と式」領域におけるペアによる問題解決過程を事例として．東北数学教育学会 第55回大会（宮城大会）研究発表資料.

Sfard, A.（1987）. Two Conceptions of Mathematical Notions: Operational and Structual. In J. C. Bergeron, N. Herscovics, & C. Kieran（Eds.）, Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education, III（pp.162-167）. Montreal, Canada: Universite de Montreal.